

Präsenzübungen zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaften I

Blatt 2

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass für $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ mit $b, c, d \neq 0$ gilt

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}.$$

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass für alle reellen Zahlen x, y und alle natürlichen Zahlen n gilt

$$(x - y)^n = \sum_{i=0}^n (-1)^{n-i} \binom{n}{i} x^i y^{n-i}.$$

Was ergibt sich für $x = y = 1$?

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass für alle natürlichen Zahlen n gilt

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass für alle natürlichen Zahlen j, m, n gilt

$$\binom{m+n}{j} = \sum_{i=0}^j \binom{m}{j-i} \binom{n}{i}.$$

Aufgabe 5

Für $x, y \in \mathbb{R}$ sei $\max(x, y)$ (bzw. $\min(x, y)$) die grössere (bzw. kleinere) der beiden Zahlen. Zeigen Sie, dass gilt

$$\max(x, y) = \frac{1}{2}(x + y + |x - y|), \quad \min(x, y) = \frac{1}{2}(x + y - |x - y|).$$

Hinweis. Direktes Nachrechnen unter Verwendung der Fallunterscheidung $x \geq y$ bzw. $x < y$.