

Präsenzübungen zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaften I
Blatt 4

Aufgabe 1

Beweisen Sie die Existenz von Quadratwurzeln aus positiven reellen Zahlen $a > 0$ analog zur Vorlesung durch Betrachtung der Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, gegeben durch $x \mapsto x^2 - a$.

Hinweis. Intervallschachtelung und Vollständigkeitsaxiom.

Aufgabe 2

Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge. Zeigen Sie die Äquivalenz der folgenden Aussagen:

- (i) $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ist eine Cauchy-Folge.
- (ii) Für alle $\varepsilon > 0$ existiert ein $N \in \mathbb{N}$ mit

$$|a_n - a_N| < \varepsilon$$

für alle $n \geq N$.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass jede Cauchy-Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ beschränkt ist.