**Universität Bielefeld** **Wintersemester 2018/19**
**F. Gähler**

**Präsenzübungen zur Vorlesung**

# Mathematik für Naturwissenschaften I

**Blatt 8**

## Aufgabe 1

Betrachten Sie die lineare Abbildung $f:\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit darstellender Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ bezüglich der kanonischen Basis (also $f(x) = Ax$). Bestimmen Sie Basen von $\mathrm{Ker}(f)$ und $\mathrm{Im}(f)$ und überprüfen Sie die Richtigkeit der Dimensionsformel für lineare Abbildungen. Ist $f$ injektiv oder surjektiv? Ist $f$ ein Isomorphismus?

## Aufgabe 2

Betrachten Sie die lineare Abbildung $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, gegeben als lineare Fortsetzung von $f(e_1) = e_1$, $f(e_2) = -e_2$ und $f(e_3) = e_1 + e_2 - e_3$. Bestimmen Sie die darstellende Matrix bezüglich der kanonischen Basis des $\mathbb{R}^3$. Berechnen Sie $f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\right)$.

## Aufgabe 3

Betrachten Sie die Geradenspiegelung $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ an der Ursprungsgeraden, die durch den Punkt $e_1 + e_2$ geht (das ist eine lineare Abbildung). Was ist die darstellende Matrix von $g$ bezüglich der kanonischen Basis? Berechnen Sie auch die darstellende Matrix von $g$ bezüglich der Basis $\{e_1 + e_2, -e_1 + e_2\}$ des $\mathbb{R}^2$.

## Aufgabe 4

Betrachten Sie die Abbildung $f$ aus Aufgabe 1 und die Abbildung $g$ aus Aufgabe 3. Bestimmen Sie nun die darstellenden Matrizen von $4f$, $f + g$, $g \circ f$ und $g \circ g$ bezüglich der kanonischen Basis.