

Präsenzübungen zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaften I

Blatt 10

Aufgabe 1

Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit $f(a) > 0$. Zeigen Sie, dass ein $\delta > 0$ existiert mit $f(x) > f(a)/2 > 0$ für alle $x \in U_\delta(a)$.

Hinweis. ε - δ -Kriterium mit $\varepsilon := f(a)/2 > 0$.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die ersten zwei Ableitungen der Funktion $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$, gegeben durch $f(x) = x \ln x$.

Aufgabe 3

Seien $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zweimal differenzierbar. Bestimmen Sie die ersten zwei Ableitungen des Produkts fg .

Hinweis. Hier geht es um das Produkt fg und *nicht* um die Verkettung $f \circ g$.

Aufgabe 4

Bestimmen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen.

(a) $f(x) = a^x$ ($a > 0$).

(b) $f(x) = x^x$ ($x > 0$).

(c) $f(x) = a^{(x^x)}$ ($a, x > 0$).

(d) $f(x) = x^2 \cos(1/x)$ ($x \neq 0$).

Hinweis. Per Definition gilt $a^x = \exp(x \ln a)$.