

**Übungen zur Vorlesung**  
**Mathematik für Naturwissenschaften I**  
**Blatt 1**

**Aufgabe 1**

Beweisen Sie die Summenformeln

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

und

$$\sum_{k=1}^n k^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}.$$

**(2+4 Punkte)**

**Aufgabe 2**

Zeigen Sie, dass jede  $n$ -elementige Menge genau  $2^n$  Teilmengen hat.

**(4 Punkte)**

**Aufgabe 3**

Zeigen Sie, dass für alle  $n \geq 1$  gilt

$$x^n - y^n = (x - y) \sum_{k=0}^{n-1} x^{n-1-k} y^k.$$

*Hinweis.* Beginnen Sie im Induktionsschritt mit der rechten Seite der zu beweisenden Gleichung.

**(4 Punkte)**

**Aufgabe 4**

(a) Zeigen Sie, dass für alle natürlichen Zahlen  $n$  gilt  $\sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$ .

(b) Zeigen Sie, dass gilt

$$\sum_{k=0}^m \binom{n+k}{n} = \binom{n+m+1}{n+1}.$$

**(2+2 Punkte)**

**Abgabe bis Freitag, 19.10.2018, 10.00 Uhr, in den Postfächern der Tutoren im Kopierraum V3-128**