

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaften I
Blatt 7

Aufgabe 1

In der Vorlesung wurde mit Hilfe der Potenzreihe für $\exp(z)$, $z \in \mathbb{C}$ gezeigt, dass für $x \in \mathbb{R}$ folgende Gleichung gilt:

$$\exp(ix) = e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x).$$

Daraus lassen sich eine Reihe interessanter Relationen ableiten:

- a) Zeigen Sie, dass $\cos(x) = \frac{1}{2}(e^{ix} + e^{-ix})$ und $\sin(x) = \frac{1}{2i}(e^{ix} - e^{-ix})$ gilt.
- b) Zeigen Sie, dass $\sin(x) \sin(y) = \frac{1}{2}(\cos(x - y) - \cos(x + y))$ gilt.
- c) Zeigen Sie, dass $\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$ gilt. Hinweis: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

(2+2+2 Punkte)

Aufgabe 2

Berechnen Sie $(2 + i)^3$, i^{-5} , $e^{-i\frac{\pi}{4}}$ und $\frac{3+i}{1+i}$ in der Form $a + ib$, $a, b \in \mathbb{R}$. Hinweis: Wie erreicht man, dass der Nenner reell wird?

(4 Punkte)

Aufgabe 3

Finden Sie alle Lösungen der Gleichung $z^4 = -1$ in \mathbb{C} . Hinweis: Verwenden Sie die Polardarstellung von -1 .

(2 Punkte)

Aufgabe 4

Bestimmen Sie alle $n \in \mathbb{N}$, für die gilt: $(1 + i)^n + (1 - i)^n = 0$.

(2 Punkte)

Aufgabe 5

Zeigen Sie, dass $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ gilt $\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}$.

(2 Punkte)

Abgabe bis Freitag, 30.11.2018, 10.00 Uhr, in den Postfächern der Tutoren im Kopierraum V3-128