Universität Bielefeld
F. Gähler

Wintersemester 2018/19

Übungen zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaften I

Blatt 12

Aufgabe 1
Schreiben Sie die 4×4 Elementarmatrizen P_{24}, $Q_3(5)$ und $R_{14}(-2)$ an.

(3 Punkte)

Aufgabe 2
Lösen Sie die Gleichungssysteme $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Folgern Sie daraus, wie die Inverse von $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ lautet! Lösen Sie mit ihrer Hilfe das Gleichungssystem $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(4 Punkte)

Aufgabe 3
Bringen Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

auf Zeilenstufenform. Welchen Rang hat A? Ist A invertierbar?

(3 Punkte)

Aufgabe 4
Invertieren Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix},$$

falls sie invertierbar ist.

(3 Punkte)

– bitte wenden –

Aufgabe 5

Sei U die Menge der reellen Polynome von Grad ≤ 4. U ist ein reeller Vektorraum mit Basis $B = \{1, x, x^2, x^3, x^4\}$. Zeigen Sie, dass die Ableitung

$$D : U \to U, \quad P(x) \mapsto P'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3,$$

wobei $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$, eine lineare Abblildung ist, und bestimmen Sie deren Matrix bezüglich der Basis B. Ist B invertierbar?

(3 Punkte)

Abgabe bis Freitag, 18.1.2019, 10.00 Uhr, in den Postfächern der Tutoren im Kopierraum V3-128