

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaften I
Blatt 14 (Ohne Wertung)

Aufgabe 1

Berechnen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen.

(a) $f(x) = (\sin(x))^5(\cos(x))^4$

(b) $f(x) = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$

(c) $f_n(x) = x^n e^{-x}$, wobei $n > 0$ eine natürliche Zahl ist.

Aufgabe 2

Sei $n > 0$ eine natürliche Zahl. Bestimmen Sie die lokalen Extrema der Funktion $f_n(x) = x^n e^{-x}$ in Abhängigkeit des Parameters n .

Hinweis. Verwenden Sie Ihr Ergebnis aus Aufgabe 1(c).

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass für $\alpha > 0$ gilt

$$\lim_{x \searrow 0} x^\alpha \ln x = 0.$$

Hinweis. Regel von l'Hôpital. Was ist die Ableitung von $f(x) = x^{-\alpha}$, wobei $x > 0$?

Aufgabe 4

Berechnen Sie

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x \neq 0}} \frac{\tan x}{x}.$$

Hinweis. Regel von l'Hôpital.

Aufgabe 5

Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

(a) $\int (4x + 1)^4 dx.$

(b) $\int x \ln(x) dx.$

(c) $\int \cos^2(x) dx.$

(d) $\int x \sinh(x) dx.$

Hinweis. Teil (c): Zweimalige Anwendung der partiellen Integration.