Universität Bielefeld
F. Gähler & D. Rust

Wintersemester 2018/19

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaften I
Weihnachtsblatt (Bonuspunkte)

Aufgabe 1
Berechnen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktion.

$$f_n(x) = x^n e^{-x},$$

wobei $n > 0$ eine natürliche Zahl ist.

(2 Punkte)

Aufgabe 2
Sei $n > 0$ eine natürliche Zahl. Bestimmen Sie die lokalen Extrema der Funktion $f_n(x) = x^n e^{-x}$ in Abhängigkeit des Parameters n.

Hinweis. Verwenden Sie Ihr Ergebnis aus Aufgabe 1.

(3 Punkte)

Aufgabe 3
Zeigen Sie, dass für $\alpha > 0$ gilt

$$\lim_{x \searrow 0} x^\alpha \ln x = 0.$$

Hinweis. Regel von l'Hôpital. Was ist die Ableitung von $f(x) = x^{-\alpha}$, wobei $x > 0$?

(2 Punkte)

Aufgabe 4
Berechnen Sie

$$\lim_{\substack{x \to 0 \\ x \neq 0}} \frac{\tan x}{x}.$$

Hinweis. Regel von l'Hôpital.

(2 Punkte)

– bitte wenden –

Aufgabe 5

Sei $f\colon V \to V$ eine lineare Abbildung, und U ein Unterraum von V. Zeigen Sie, dass $W := \{x \in V \mid f(x) \in U\}$ ein Unterraum von V ist. Ist $\ker f$ ein Unterraum von W?

(2 Punkte)

Aufgabe 6

Seien W_1, W_2 Unterräume eines endlich-dimensionalen Vektorraums V. W_1 sei n-dimensional, W_1 isomorph zu W_2, und es gelte $\dim W_1 \cap W_2 = 2$. Was kann man über die Dimensionen von W_2, $W_1 + W_2$ und V aussagen?

(3 Punkte)

Aufgabe 7

Bilden die folgenden Mengen eine Basis des $\mathbb{C}^3$ über $\mathbb{C}$? Begründen Sie die Antwort.

a) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i \\ i \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ i \end{pmatrix} \right\}$

b) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i^3 \\ i^2 \\ i^5 \end{pmatrix} \right\}$

(2 Punkte)

Abgabe bis Freitag, 08.01.2018, 14.00 Uhr, in den Postfächern der Tutoren im Kopierraum V3-128