Universität Bielefeld **Sommersemester 2019**
D. Rust

Präsenzübungen zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaften II

Blatt 3

Aufgabe 1
Es seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergente Folgen im $\mathbb{R}^d$ und $(\lambda_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine konvergente Folge in $\mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass

(a) $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert und $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n + b_n) = \lim\limits_{n\to\infty} a_n + \lim\limits_{n\to\infty} b_n$.

(b) $(\lambda_n \cdot a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert und $\lim\limits_{n\to\infty}(\lambda_n \cdot a_n) = \lim\limits_{n\to\infty} \lambda_n \cdot \lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

(c) $\langle a_n, b_n\rangle_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert und $\lim\limits_{n\to\infty}\langle a_n, b_n\rangle = \Big\langle \lim\limits_{n\to\infty} a_n, \lim\limits_{n\to\infty} b_n \Big\rangle$.

(d) $\|a_n\|_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert und $\lim\limits_{n\to\infty}\|a_n\| = \Big\|\lim\limits_{n\to\infty} a_n\Big\|$.

Aufgabe 2
Zeigen Sie, dass die euklidische Norm $\|\cdot\|_2\colon\ \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$, gegeben durch

$$(x_1, \ldots, x_d)^T \mapsto \sqrt{x_1^2 + \cdots + x_d^2}\,,$$

stetig ist.

Aufgabe 3
Zeigen Sie, dass jede lineare Abbildung $f\colon\ \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ stetig ist.

Hinweis. Verwenden Sie die darstellende Matrix A von f bezüglich der kanonischen Basen des $\mathbb{R}^n$ bzw. $\mathbb{R}^m$.