

Präsenzübungen zur Vorlesung  
Mathematik für Naturwissenschaften II

Blatt 4

**Aufgabe 1**

Zeigen Sie, dass die Einheitskugel  $\{x \in \mathbb{R}^d \mid \|x\| = 1\}$  bzgl. einer Normfunktion  $\|\cdot\|$  stets kompakt ist.

**Aufgabe 2**

Besprechen Sie, warum  $\bigcap_{i \in I} U_i$  nicht unbedingt offen ist und  $\bigcup_{i \in I} A_i$  nicht unbedingt abgeschlossen ist, wobei die  $U_i$  offen und die  $A_i$  abgeschlossen sind (mit  $I$  unendlich).

**Aufgabe 3**

Lösen Sie das AWP

$$y' = 2xy, \quad y(0) = 1,$$

zunächst durch Raten und anschließend durch Berechnung der sogenannten Picard-Iterierten, also beginnend mit  $f_0 \equiv 1$  und dann rekursiv

$$f_{n+1}(x) = y_0 + \int_{x_0}^x G(\tau, f_n(\tau)) d\tau = 1 + \int_0^x 2\tau f_n(\tau) d\tau$$

für  $n \geq 0$ .

**Aufgabe 4**

Lösen Sie das AWP

$$y' = y \cos(x), \quad y(0) = 1,$$

zunächst durch Raten und anschließend durch Berechnung der Picard-Iterierten, beginnend mit  $f_0 \equiv 1$ . Verwenden Sie außerdem die Methode der Trennung der Variablen.