

Präsenzübungen zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaften II

Blatt 4

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass die Einheitskugel $\{x \in \mathbb{R}^d \mid \|x\| = 1\}$ bzgl. einer Normfunktion $\|\cdot\|$ stets kompakt ist.

Aufgabe 2

Besprechen Sie, warum $\bigcap_{i \in I} U_i$ nicht unbedingt offen ist und $\bigcup_{i \in I} A_i$ nicht unbedingt abgeschlossen ist, wobei die U_i offen und die A_i abgeschlossen sind (mit I unendlich).

Aufgabe 3

Lösen Sie das AWP

$$y' = 2xy, \quad y(0) = 1,$$

zunächst durch Raten und anschließend durch Berechnung der sogenannten Picard-Iterierten, also beginnend mit $f_0 \equiv 1$ und dann rekursiv

$$f_{n+1}(x) = y_0 + \int_{x_0}^x G(\tau, f_n(\tau)) d\tau = 1 + \int_0^x 2\tau f_n(\tau) d\tau$$

für $n \geq 0$.

Aufgabe 4

Lösen Sie das AWP

$$y' = y \cos(x), \quad y(0) = 1,$$

zunächst durch Raten und anschließend durch Berechnung der Picard-Iterierten, beginnend mit $f_0 \equiv 1$. Verwenden Sie außerdem die Methode der Trennung der Variablen.