Universität Bielefeld
F. Gähler **Sommersemester 2019**

Präsenzübungen zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaften II

Blatt 10

Aufgabe 1
Zeigen Sie:

a) Ist A normal, so ist $aA + bE_n \ \forall \ a, b \in \mathbb{C}$ ebenfalls normal.

b) Ist A normal und U eine unitäre Matrix, so ist U^+AU ebenfalls normal.

c) Seien A und B kommutierende Matrizen, d. h. $AB = BA$, und x ein Eigenvektor von A zum Eigenwert λ. Zeigen Sie, dass auch Bx ein Eigenvektor von A ist. Schließen Sie daraus, dass $\mathrm{Eig}(A, \lambda)$ ein B-invarianter Unterraum ist.

Aufgabe 2
Gegeben sei die Matrix $A = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$.

a) Ist A hermitesch, orthogonal, unitär, normal? Was folgt daraus für die Eigenwerte?

b) Diagonalisieren Sie A. Wie lauten die Eigenvektoren von A?

c) Berechnen Sie $\cos \pi A$ und $\sin \pi A$. Sind diese Matizen invertierbar?

Aufgabe 3

a) Zeigen Sie, dass $A = \begin{pmatrix} 2 & 2i \\ -2i & 5 \end{pmatrix}$ positiv definit ist.

b) Wie lauten die Eigenvektoren von A?

c) Berechnen Sie die positive Wurzel $A^{\frac{1}{2}}$.

d) Berechnen Sie $\ln A$.