Universität Bielefeld **Sommersemester 2019**
F. Gähler

Präsenzübungen zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaften II

Blatt 11

Aufgabe 1

Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie $\sin(A)$.

Hinweis: Berechnen Sie zuerst A^2, und schließen Sie dann induktiv auf A^n.

Aufgabe 2
Eine Matrix P heißt Projektionsmatrix, falls $P^2 = P$ gilt.

a) Zeigen Sie, dass nur 0 und 1 Eigenwerte von P sein können.

b) Seien P und Q Projektionsmatrizen. Unter welchen Bedingungen ist $P + Q$ eine Projektionsmatrix?

c) Sei $A = \frac{a}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Gibt es ein oder mehrere $a \in \mathbb{C}$, für die A eine Projektionsmatrix ist?

Aufgabe 3
Sei P eine Projektion, welche auf den Vektorraum V wirkt. Zeigen Sie:

a) $\ker(P) = \{x - P(x) \mid x \in V\}$

b) $V = \ker(P) \oplus \mathrm{im}(P)$

c) P ist Orthogonalprojektion genau wenn $\ker(P) \perp \mathrm{im}(P)$.