

Präsenzübungen zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaften II

Blatt 13

Aufgabe 1

Sei $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion, gegeben durch

$$F(x, y) = f(g(x, y)),$$

wobei

$$f(t) = t \cdot \exp(t + t^2), \quad g(x, y) = x + y^2.$$

Benutzen Sie die Kettenregel, um die partiellen Ableitungen $\frac{\partial F}{\partial x}(x, y)$ und $\frac{\partial F}{\partial y}(x, y)$ zu bestimmen.

Aufgabe 2

Sei $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$; $f(x, y) = x^4 + 4xy + 2y^2$

- Bestimmen Sie die kritischen Punkte von f , d. h., die Punkte, für die $f'(x, y) = 0$ gilt.
- Untersuchen Sie, ob diese Punkte isolierte lokale Minima oder Maxima sind.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die lokalen Extrema der folgenden Funktionen.

- $f((x, y)^T) = e^{-x^2 - y^2}$.
- $f((x, y)^T) = x^2 + 2x + y^2 - 6y + 13$.

Aufgabe 4

Sei $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = e^x \begin{pmatrix} \cos(y) \\ \sin(y) \end{pmatrix}$. Für welche $(x, y)^T$ ist die Jacobimatrix $f'(x, y)$ invertierbar?