

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaften II
Blatt 2

Aufgabe 1

Sei $M = UDU^{-1}$ mit U invertierbar und $D = \text{diag}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$. Zeigen Sie, dass

$$e^M = Ue^DU^{-1}.$$

(3 Punkte)

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Matrixexponential e^M , wobei

$$(a) M = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (b) M = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad (c) M = \begin{bmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (s \in \mathbb{R}).$$

Hinweis. Für Teil (b) benutzen Sie die Eigenschaft $M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$.

(2+2+2 Punkte)

Aufgabe 3

Sei M ein $n \times n$ -Matrix mit $M^2 = M$. Zeigen Sie, dass

$$e^M = E_n + (e - 1)M.$$

(3 Punkte)

Aufgabe 4

Bestimmen Sie die Lösung des AWP:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 5x - 3y + 2z & x(0) &= 4 \\ \dot{y} &= 15x - 9y + 6z, & y(0) &= 2. \\ \dot{z} &= 10x - 6y + 4z & z(0) &= 3 \end{aligned}$$

Was ist $(x(1), y(1), z(1))$?

(4 Punkte)

Abgabe bis Freitag, 19.04.2019, 12.00 Uhr, in den Postfächern der Tutoren im Kopierraum V3-128