

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaften II
Blatt 3

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der DGLen:

$$\begin{aligned}\ddot{x} - \dot{x} - x &= 0 \\ \ddot{x} - \omega^2 x &= 0 \\ \ddot{x} - 8\dot{x} + 16x &= 0 \\ \ddot{x} + 5\dot{x} + 9x &= 0\end{aligned}$$

($\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ Punkte)

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der DGLen:

$$\begin{aligned}(i) \quad \ddot{x} + 5\dot{x} + 4x &= t^2 && [\text{betrachte } x_p = At^2 + Bt + C] \\ (ii) \quad \ddot{x} + 5\dot{x} + 4x &= \cos(2t) && [\text{betrachte } x_p = A \cos(2t) + B \sin(2t)] \\ (iii) \quad \ddot{x} + 5\dot{x} + 4x &= e^{-2t} + 2 - t && [\text{betrachte } x_p = Ae^{-2t} + Bt + C]\end{aligned}$$

(6 Punkte)

Aufgabe 3

Schreiben Sie die DGL 3. Ordnung

$$\ddot{x} = 64\dot{x}$$

als ein dreidimensionales lineares System 1. Ordnung. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des AWP mit den Anfangsbedingungen $x(0) = 1, \dot{x}(0) = -2, \ddot{x}(0) = 0$.

$$\text{Hinweis: } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 64 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -8 & 0 & 8 \\ 64 & 0 & 64 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -8 & 0 & 8 \\ 64 & 0 & 64 \end{pmatrix}^{-1}$$

(5 Punkte)

Aufgabe 4

Es sei $(\mathbb{R}^d, \|\cdot\|)$ ein normierter Vektorraum. Zeigen Sie, dass für eine bzgl. $\|\cdot\|$ konvergente Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ in \mathbb{R}^d gilt

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|a_n\| = \left\| \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \right\|.$$

Hinweis. Verwenden Sie die Ungleichung aus Aufgabe 3 auf Präsenzübungsblatt 2.

(3 Punkte)

Abgabe bis Freitag, 26.04.2014, 12.00 Uhr, in den Postfächern der Tutoren im Kopierraum V3-128