

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaften II
Blatt 4

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass der d -dimensionale Einheitswürfel

$$[0, 1]^d := \{(x_1, \dots, x_d)^T \in \mathbb{R}^d \mid 0 \leq x_i \leq 1 \text{ für alle } 1 \leq i \leq d\}$$

kompakt ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass die durch die folgenden Abbildungsvorschriften definierten Funktionen stetig sind.

(a) $(x, y)^T \mapsto (x^3, x - y, \sqrt{1 + x^2})^T$.

(b) $(x, y, z)^T \mapsto x + y - z$.

(c) $x \mapsto (\sin(x), -\cos(x), x)^T$.

(d) $(x, y)^T \mapsto \max(|x|, |y|)$.

Hinweis. Teil (d): Beachten Sie, dass gilt $\max(a, b) = \frac{1}{2}(a + b + |a - b|)$.

(2+2+2+2 Punkte)

Aufgabe 3

Betrachten Sie für $a > 0$ die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, gegeben durch $x \mapsto x^2 - a$. Zeigen Sie, dass die zugehörige Newton-Funktion $T(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$ eine Kontraktion des Intervalls $[\sqrt{a/2}, \frac{3}{2}\sqrt{a/2}]$ mit Kontraktionskonstante $L = 1/2$ ist. Bestimmen Sie den eindeutigen Fixpunkt von T .

(4 Punkte)

Abgabe bis Freitag, 3.06.2019, 12.00 Uhr, in den Postfächern der Tutoren im Kopierraum V3-128