Universität Bielefeld
F. Gähler

Sommersemester 2019

Übungen zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaften II

Blatt 5

Aufgabe 1
Berechnen Sie die Determinanten

$$\det\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 4\\ 3 & 5 & 1\end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \det\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 2 & 2\\ 1 & 2 & 3 & 3\\ 1 & 2 & 3 & 4\end{pmatrix},$$

indem Sie die Matrizen auf obere Dreiecksform bringen. **(4 Punkte)**

Aufgabe 2
Zeigen Sie, dass für jede obere Dreiecksmatrix

$$A = \begin{pmatrix}a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ & a_{22} & & \vdots\\ & & \ddots & \\ 0 & & & a_{nn}\end{pmatrix} \qquad \text{gilt:} \qquad \det A = a_{11}\cdot a_{22}\cdots a_{nn}.$$

Hinweis: Bringen Sie A auf die Form E_n. Betrachten Sie zunächst den Spezialfall $a_{11} = a_{22} = \cdots = a_{nn} = 1$. Sie dürfen ohne Beweis verwenden: ist mindestens ein $a_{ii} = 0$, so gilt $\mathrm{Rg}(A) < n$.

(3 Punkte)

Aufgabe 3
Sei A eine $n \times n$-Matrix. Zeigen Sie: $\det(\lambda A) = \lambda^n \det A$. **(2 Punkte)**

Aufgabe 4
Zeigen Sie, dass $\frac{1}{3}\begin{pmatrix}2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\\ 1 & 2 & 2\end{pmatrix}$ eine orthogonale Matrix ist. **(3 Punkte)**

Abgabe bis Freitag, 10.5.2019, 12.00 Uhr, in den Postfächern der Tutoren im Kopierraum V3-128