Universität Bielefeld
D. Rust **Sommersemester 2019**

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaften II
Blatt 14 (Freiwilliges Übungsblatt ohne Wertung)

Aufgabe 1
Untersuchen Sie, in welchen Punkten die folgende Funktion $f: \mathbb{R}^2 \setminus \{0\} \to \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ lokal invertierbar ist und bestimmen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion. Ist die Funktion auch global umkehrbar, also injektiv?

$$f((x,y)^T) = (y^2 - x^2, 2xy)^T.$$

Aufgabe 2
Untersuchen Sie, in welchen Punkten die folgende Funktion $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ lokal invertierbar ist und bestimmen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion. Ist die Funktion auch global umkehrbar, also injektiv?

$$f((r,\theta,\varphi)^T) = (r\cos\theta\cos\varphi, r\cos\theta\sin\varphi, r\sin\theta)^T.$$

Aufgabe 3
Berechnen Sie folgende Integrale:

(a)
$$\int_{[0,1]\times[0,1]} (x+y)^3 \, d(x,y)$$

(b)
$$\int_{B_1(0)} \frac{\sin\left(\pi\sqrt{x^2+y^2}\right)}{\sqrt{x^2+y^2}} \, d(x,y)$$

Hinweis. Teil (b): $B_1(0) = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$. Verwenden Sie Polarkoordinaten.