Abgabe: 28. 11. 2002

D. Garbe: Mathematik III für Naturwissenschaftliche Informatik

Übungsblatt 32

Aufgabe 156: Gibt es holomorphe Funktionen f mit
a) $\operatorname{Re} f = (\operatorname{Re} z)^2 - (\operatorname{Im} z)^2$ bzw. b) $\operatorname{Re} f = \frac{\cos 2\arg z}{|z|^2}$?
Wenn ja, welche ?

Aufgabe 157: Zeige, dass die durch $f(\xi) := \exp(-\frac{1}{\xi^2})$ definierte reellwertige Funktion bei $\xi = 0$ stetig erklärt werden kann und dass $f'(0)$ im Reellen existiert. Zeige jedoch, dass die durch $f(z) := \exp(-\frac{1}{z^2})$ erklärte komplexwertige Funktion bei $z = 0$ nicht holomorph ist. Ist $f(z)$ im Gebiet aller endlichen $z \neq 0$ holomorph ?

Aufgabe 158: Berechne $\int\limits_\gamma \frac{5z+1}{z^2+z-2}\, dz$ längs folgender Wege γ :

a) $z = -1 + 3e^{it}$, $0 \leq t \leq 2\pi$ b) $z = -1 + e^{it}$, $0 \leq t \leq 2\pi$
c) $z = 1 + 2e^{it}$, $0 \leq t \leq 2\pi$ d) $z = \cos t - i \sin t$, $\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{3}{2}\pi$
e) $z = 2(\cos t + i \sin t)$, $-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2}$.

Aufgabe 159: Berechne längs $\gamma : z = 2(\cos t - i \sin t)$, $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$
a) $\int\limits_\gamma \cos z\, dz$, b) $\int\limits_\gamma \frac{dz}{e^{2z}}$, c) $\int\limits_\gamma e^{2z} \cos 3z\, dz$, d) $\int\limits_\gamma \sinh z \cosh z\, dz$.

Aufgabe 160: Entwickle die Potenzreihe $\sum\limits_{\nu=0}^{\infty} z^\nu$ um die Punkte i, $-i$, -1 bzw $\frac{1}{2}$. Welche Konvergenzradien haben die neuen Reihen ?