Abgabe: 6. 1. 2003

D. Garbe: Mathematik III für Naturwissenschaftliche Informatik

Übungsblatt 35

Aufgabe 171: Sei $\bar{\mathbb{C}}$ die Riemannsche Zahlenkugel $\xi_1^2+\xi_2^2+(\xi_3-\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$ und $z=\xi+i\eta=\varphi(\xi_1,\xi_2,\xi_3)$ die Zentralprojektion der Kugelpunkte aus dem Zentrum $N=(0,0,1)$ heraus auf die $\xi_1-\xi_2$-Ebene. Leite Formeln für φ und φ^{-1} her und beweise die Kreisverwandtschaft dieser Abbildungen.

Aufgabe 172: Gegeben sei ein rechtwinkliges Kreisbogendreieck, nämlich $\bigcap_{i=1}^{3} K_i$ mit $K_1=K_1(0)$, $K_2=K_2(-2+i)$, $K_3=K_1(-1-i)$. Bilde es konform auf den Einheitskreis ab.

Aufgabe 173: Bestimme diejenigen Möbiustransformationen, welche den Einheitskreis in sich überführen und a) einen gegebenen Punkt c ($|c|\neq 1$) festlassen bzw. b) einen gegebenen Punkt c ($|c|\neq 1$) in einen gegebenen Punkt d ($|d|\neq 1$) überführen.

Aufgabe 174: Für die folgenden Funktionen ist die Art der Singularität in den angegebenen Stellen festzustellen; soweit es sich um isolierte Singularitäten handelt, sind die Residuen zu ermitteln:
a) $[(z-a)(z-b)]^{\frac{1}{2}}$ in $z=a,b,\infty$,
b) $(\sin z-\cos z)^{-1}$ in $z=\frac{\pi}{4}$,
c) $\sin\frac{1}{1-z}$ in $z=1,\infty$,
d) $z(z-1)^{-1}(z-2)^{-2}$ in $z=1,2$,
e) $(1-e^z)(1+e^z)^{-1}$ in $z=(2k+1)\pi i,\infty$.

Aufgabe 175: Löse das Dirichlet-Problem für die obere Halbebene mit stetiger Randfunktion $g(t)$. (Die Lösung des Dirichlet-Problems für den Einheitskreis , Satz 24.22, kann vorausgesetzt werden.) Zeige, dass in nicht beschränkten Gebieten Lösungen des Dirichletschen Problems nicht eindeutig bestimmt sein müssen.