Abgabe: 16. 1. 2003

D. Garbe: Mathematik III für Naturwissenschaftliche Informatik

Übungsblatt 36

Aufgabe 176: Löse die Integralgleichung $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{y(u)}{(x-u)^2+a^2}\,du = \frac{1}{x^2+b^2}$

$(0 < a < b)$.
Hinweis: Erkenne die linke Seite als Faltungsprodukt, unterwerfe die Gleichung der Fouriertransformation, isoliere $\mathcal{F}(y)$ und gewinne y durch Rücktransformation.

Aufgabe 177: Berechne die Fouriertransformierte (in Dimension 1) für

a) $f(x) = \dfrac{1}{(x^2+1)^5}$ b) $f(x) = \dfrac{1}{\cosh x}$

mit Hilfe des Residuensatzes.

Aufgabe 178: Berechne die Fouriertransformierte (in Dimension 1) für

a) $f(x) = e^{-\alpha x^2}$, $\alpha > 0$ b) $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{für} \quad |x| \le \pi \\ 0 & \text{für} \quad |x| > \pi \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{für} \quad -1 \le x \le 0 \\ -x+1 & \text{für} \quad 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{für} \quad |x| > 1 \end{cases}$ d) $f(x) = e^{-\alpha|x|}$, $\operatorname{Re}\alpha > 0$.

Aufgabe 179: Berechne $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^4+a^4)^2}$ für $a > 0$

und beweise $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^{n+1}} = \frac{\pi}{2^{2n}}\frac{(2n)!}{(n!)^2} \quad (n \in \mathbb{N})$.

Aufgabe 180: Es soll der von -1 nach 0 geradlinig aufgeschnittene Einheitskreis konform auf den vollen Einheitskreis abgebildet werden. Dabei sollen die Punkte $\frac{1}{2}$ und 1 fest bleiben.