

Übungsblatt 37

Aufgabe 181: Bestätige für $x > 0$ das sogenannte Laplace-Integral

$$\int_0^{\infty} \frac{\omega \sin \omega x}{a^2 + \omega^2} d\omega = \frac{\pi}{2} e^{-ax} \quad .$$

Aufgabe 182: Ein Zeitsignal $f(t)$ hat die Spektralfunktion $F(\omega) = e^{-\alpha|\omega|+i\omega}$ mit $\alpha > 0$.

Berechne in Abhängigkeit von α die Gesamtenergie $\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt$.

Aufgabe 183: Berechne die Laplacetransformierte (Dimension 1) für

a) $e^{-2t} \cos 3t$, b) $t \sin 3t$, c) $\frac{e^{-t} - e^{-2t}}{t}$.

Aufgabe 184: Beweise: $\mathcal{L}\{f(t - \alpha)\}(s) = e^{-\alpha s} \mathcal{L}\{f(t)\}$ für $\alpha > 0$ mit $f(t) = 0$ für $t < 0$.

Berechne damit die Laplacetransformierte von $f(t) = \begin{cases} \sin t & \text{für } 0 \leq t \leq 2\pi \\ 0 & \text{für } t > 2\pi \end{cases}$.

Aufgabe 185: Berechne die inverse Laplacetransformierte (Dimension 1) von

a) $\frac{5s - 8}{s(s - 4)}$, b) $\frac{s^2 + 3s - 7}{(s - 1)(s^2 + 2)}$, c) $\frac{s^2 - 3s - 4}{(s - 3)(s - 1)^2}$.