Abgabe: 30. 1. 2003

D. Garbe: Mathematik III für Naturwissenschaftliche Informatik

Übungsblatt 38

Aufgabe 186: Löse mittels Laplace-Transformation das folgende System

$$\begin{aligned} 2\dot{\xi} + 3\dot{\eta} + 7\xi &= 14t + 7 \quad , \\ 5\dot{\xi} - 3\dot{\eta} + 4\xi + 6\eta &= 14t - 14 \quad , \qquad (t = 0, \xi = \eta = 0) \end{aligned}$$

.

Aufgabe 187: Eine Saite der Länge l sei an beiden Enden fest eingespannt und habe keine Anfangsauslenkung, aber eine Anfangsgeschwindigkeit von $\sin \frac{\pi\xi}{l}$. Löse das zugehörige Rand-Anfangswert-Problem mittels Laplace-Transformation.

Aufgabe 188: Löse die folgende Integrodifferentialgleichung für $\xi(t)$:

$$\frac{1}{50}\dot{\xi}(t) + 16\xi(t) + 3200 \int_0^t \xi(\tau)d\tau = 100 \quad , \qquad \xi(0) = 0 \qquad .$$

Aufgabe 189: Beweise: Die Faltung genügt folgenden Rechenregeln:

a) $f * (\alpha g + \beta h) = \alpha(f * g) + \beta(f * h)$ für Konstanten α , β ,

b) $f * g = g * f$,

c) $f * (g * h) = (f * g) * h$.

d) Wenn f differenzierbar ist und die Faltungen $f * g$ und $f' * g$ existieren, so ist $f * g$ differenzierbar, und es gilt $(f * g)' = f' * g$.

Aufgabe 190: Beweise die folgenden Aussagen über konvexe Mengen in $\mathbb{R}^n$:

(i) M konvex $\longleftrightarrow [x, y \in M \longrightarrow \lambda x + \mu y \in M \ \forall \lambda, \mu \geq 0$ mit $\lambda + \mu = 1]$.

(ii) M_i konvex $\forall i \in I \longrightarrow \bigcap_{i \in I} M_i$ konvex. (iii) $\operatorname{Konv}(M)$ ist konvex.

(iv) Für $M \neq \emptyset$ gilt: $\operatorname{Konv}(M)$ ist die kleinste konvexe Menge in $\mathbb{R}^n$, die M enthält.

(v) Jeder abgeschlossene Halbraum $H(a, \beta) = \{x \in \mathbb{R}^n : a^t x \leq \beta\}$ ist konvex. Jedes Polyeder, d. i. ein Durchschnitt endlich vieler abgeschlossener Halbräume, ist konvex.

(vi) Jede affine Hyperebene $a^t x = \beta$, $a \neq 0$, ist konvex. (vii) Der erste Orthant $\{(\xi_1, \ldots, \xi_n)^t : \xi_i \geq 0 \ \forall i = 1 \ldots n\}$ ist konvex.