

4. Aufgabenblatt zur Analysis II

Abgabe bis 9.5.2008 vor der Vorlesung

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe für die Präsenzübungen.

Hausaufgabe 4.1 (4 Punkte)

Es sei $p \in \mathbb{N}$ mit $1 \leq p \leq n+1$. Beweisen Sie die folgende Darstellung des Restglieds R_{n+1} der Taylorsche Formel:

Für jede Wahl von a und x aus I existiert ein ξ zwischen a und x derart, daß

$$R_{n+1}(x) = \frac{f^{n+1}(\xi)}{p \cdot n!} (x - \xi)^{n+1-p} (x - a)^p .$$

Hausaufgabe 4.2 (4 Punkte)

Berechnen Sie die Taylorreihen der folgenden Funktionen (jeweils mit Entwicklungspunkt $a = 0$):

$$(a) \frac{1}{\cos^2 x} \quad (b) \log \cos x \quad (c) \log(1 + x^4) .$$

Hausaufgabe 4.3 (4 Punkte) Berechnen Sie die ersten sechs Glieder der Taylorreihe der Funktion $\tan : (-\pi/2, \pi/2) \rightarrow \mathbb{R}$ mit Entwicklungspunkt 0 und geben Sie das Restglied an.

Hausaufgabe 4.4 (4 Punkte)

Berechnen Sie

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{\cos x - 1}$$

ohne die L'Hospitalsche Regel zu verwenden.