

## 10. Aufgabenblatt zur Vertiefung Mathematik II für NWI

Abgabe bis 25.6.2008 vor der Vorlesung

**Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe.**

### Hausaufgabe 10.1 (4 Punkte)

Die durchschnittliche Länge der Stahlträger in einer Lieferung soll geprüft werden, ohne sämtliche Träger zu messen. Die Standardabweichung betrage  $\sigma = 3$  cm.

- Zunächst messen wir 25 Stahlträger. Berechnen Sie mittels Normalapproximation die Wahrscheinlichkeit, daß das arithmetische Mittel ihrer Längen um höchstens einen Zentimeter vom Sollwert (Erwartungswert) abweicht.
- Wie viele Stahlträger müssen wir messen, damit der arithmetische Mittel ihrer Längen mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% um nicht mehr als 1 cm vom Sollwert abweicht?

### Hausaufgabe 10.2 (4 Punkte)

Die Zufallsgrößen  $X$  und  $Y$  seien unabhängig und

- beide poissonverteilt zum gleichen Parameter  $p$  mit  $0 < p < 1$ ;
- beide exponentialverteilt zum gleichen Parameter  $\alpha > 0$ .

Berechnen Sie sowohl im Fall (a) als auch im Fall (b) die Wahrscheinlichkeiten

$$P(\{X = Y\}) \quad \text{und} \quad P(\{X \geq 2Y\}) .$$

### Hausaufgabe 10.3 (4 Punkte)

Die Zufallsgröße  $X$  sei auf  $\{-n, \dots, -1, 0, 1, \dots, n\}$  gleichverteilt.

- Berechnen Sie  $P(|X| \geq n/2)$  und  $P(|X| \geq 2n/3)$  exakt.
- Verwenden Sie die Markoffsche Ungleichung für  $k = 1$ ,  $k = 2$  und  $k = 3$ , um die Wahrscheinlichkeiten aus (a) abzuschätzen.
- Vergleichen Sie die Resultate aus (a) und (b) in den Fällen  $n = 1$ ,  $n = 3$ ,  $n = 10$  und für  $n \rightarrow \infty$ . Sind die Abschätzungen sinnvoll?

**Hinweis:**  $\sum_{i=1}^n i^2 = n(n+1)(2n+1)/6$  und  $\sum_{i=1}^n i^3 = n^2(n+1)^2/4$ .

**Hausaufgabe 10.4 (4 Punkte)**

In Phantasialand werden jährlich durchschnittlich  $10^6$  Kinder geboren, wobei die Wahrscheinlichkeit der Geburt eines Mädchens mit Wahrscheinlichkeit  $p = 1/2$  eintrete.

Verwenden Sie die Tschebyscheff-Ungleichung, um abzuschätzen, wie viele Jahre lang die Statistik geführt werden muß, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% die relative Häufigkeit der Geburten von Mädchen um höchstens  $10^{-3}$  von  $p = 1/2$  abweicht.