

4. Aufgabenblatt zur Vertiefung Mathematik II für NWI

Abgabe bis 14.5.2008 vor der Vorlesung

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe.

Hausaufgabe 4.1 (4 Punkte)

Einem Passanten wird auf der Strasse das folgende Spiel vorgeschlagen: Anstelle von Würfeln werden zwei regelmässige Tetraeder (jeweils mit den Augenzahlen 1, 2, 3, 4) geworfen. Zeigen beide Tetraeder die gleiche Zahl, so wird als Gewinn der fünffache Einsatz ausgezahlt. Unterscheiden sich die Augenzahlen um 1, 2 oder 3, so verliert der Passant den ein-, zwei- bzw. dreifachen Einsatz.

Modellieren Sie das Spiel mit Hilfe einer Zufallsgröße, die den Gewinn oder Verlust (als negativen Gewinn) beschreibt, und berechnen Sie Erwartungswert dieser Zufallsgröße.

Ist dieses Spiel vorteilhaft für den Passanten? Ist es fair (für beide Parteien)?

Hausaufgabe 4.2 (4 Punkte)

4% aller Fluggäste, die Plätze reservieren, erscheinen erfahrungsgemäß nicht. Die Fluggesellschaft Morgenbreede Air akzeptiert daher 75 Reservationen für die vorhandenen 73 Plätze. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß bei einem Flug alle erscheinenden Fluggäste Platz finden? Lösen Sie die Aufgabe sowohl exakt als auch mit der Poisson-Approximation.

Hausaufgabe 4.3 (4 Punkte)

An der Universität Kleintupfingen wird ein Multiple-Choice-Test geschrieben. Insgesamt gibt es 12 Fragen, die mit *ja* oder *nein* zu beantworten sind. Zum Bestehen des Tests sind mindestens acht richtige Antworten erforderlich.

- (a) Student Albert kreuzt auf gut Glück die Antworten an. Mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht er den Test?
- (b) Angenommen, Albert erinnert sich noch an die Vorlesung und weiß die korrekten Antworten auf zwei der Fragen. Die restlichen Antworten kreuzt er wieder auf gut Glück an. Mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht er nun den Test?
- (c) Angenommen, Albert weiß, daß für die Hälfte der Fragen die korrekte Antwort *ja* ist, für die andere Hälfte der Fragen *nein*. Sollte er in diesem Fall auf gut Glück genau sechsmal *ja* ankreuzen?

Hausaufgabe 4.4 (4 Punkte)

Eine Urne enthält w weiße und s schwarze Kugeln. Wir ziehen Kugeln aus dieser Urne nach dem folgenden Schema: Nach jedem Ziehen legen wir die gezogene Kugel zurück, zusammen mit einer weiteren Kugel derselben Farbe. Sei X die Nummer des Durchgangs, bei dem erstmals eine schwarze Kugel gezogen wird.

- (a) Der Fall $s = 1$: Begründen Sie, warum $P(X > i) = w/(w + i)$ gilt, und folgern Sie $\mathbb{E}(X) = \infty$.
- (b) Der Fall $s = 2$: Begründen Sie, warum $P(X > i) = \frac{w(w+1)}{(w+i)(w+i+1)}$ gilt. Folgern Sie $\mathbb{E}(X) = w + 1$. Wie groß ist die Varianz von X ?