5. Aufgabenblatt zur Vertiefung Mathematik II für NWI

Abgabe bis 21.5.2008 vor der Vorlesung

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe.

Hausaufgabe 5.1 (4 Punkte)

(a) Sei

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x| & \text{für } x \in [-1, 1], \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- (i) Zeigen Sie, daß f eine Dichte ist, und bestimmen Sie für die zugehörige Zufallsgröße X die Verteilungsfunktion.
 - (ii) Zeichnen Sie Dichte und Verteilungsfunktion.
 - (iii) Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz von X .
- (b) Die Zufallsgröße Y sei durch ihre Verteilungsfunktion

$$F_Y(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0, \\ 2x^2 & \text{für } 0 \leq x \leq 1/2, \\ -2x^2 + 4x - 1 & \text{für } 1/2 < x \leq 1, \\ 1 & \text{für } x > 1 \end{cases}$$

gegeben.

- (i) Bestimmen Sie die Dichte f dieser Zufallsgröße.
- (ii) Zeichnen Sie Dichte und Verteilungsfunktion.
- (iii) Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz von Y .

Hausaufgabe 5.2 (4 Punkte)

Es sei X eine Zufallsgröße mit Dichte f . Finden Sie die Dichten der Zufallsgrößen $Y_1 = -X$, $Y_2 = aX + b$ (für $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a \neq 0$), $Y_3 = |X|$.

Hinweis: Bestimmen Sie zunächst die Verteilungsfunktionen der Y_i .

Hausaufgabe 5.3 (4 Punkte)

Auf der Metallhobelmaschine der Firma Ruck-Zuck & Co. werden Platten hergestellt, deren Höhe X untersucht wird. Aufgrund der Erfahrungswerte wird angenommen, daß X normalverteilt ist und bei der aktuellen Maschineneinstellung den Erwartungswert $\mu = 10\text{mm}$ und die Standardabweichung $\sigma = 0.02\text{mm}$ hat. Eine Platte kann als maßgerecht betrachtet werden, wenn ihre Höhe zwischen 9.97mm und 10.05mm liegt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine Platte maßgerecht ist? Würde eine andere Maschineneinstellung (Änderung von μ) möglicherweise zu besseren Ergebnissen führen? Erläutern Sie auch, was eine Änderung von σ , falls technisch möglich, in diesem Problem praktisch bedeuten würde.

Hausaufgabe 5.4 (4 Punkte)

Die Lebensdauer eines elektronischen Bauteils sei eine exponentialverteilte Zufallsgröße mit Erwartungswert $\mu = 500\text{ h}$. Wie groß sind jeweils die Wahrscheinlichkeiten, daß das Bauteil

- (a) die 200. Stunde überlebt;
- (b) vor der 300. Stunde ausfällt;
- (c) zwischen der 200. und der 300. Stunde ausfällt?