Prof. A. Grigoryan, Analysis I WS 2024/25

Blatt 0 - keine Abgabe ist nötig

Zur Verwendung in Tutorien

1. Beweisen Sie die folgende Identität für beliebige Mengen A, B, C:

$$(A \cup B) \cap (B \cup C) \cap (C \cup A) = (A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A)$$

2. Definieren wir die *symmetrische Differenz* $A \triangle B$ zweier Mengen A, B wie folgt:

$$A \triangle B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A) . \tag{1}$$

Beweisen Sie das Assoziativgesetz für symmetrische Differenz:

$$(A \triangle B) \triangle C = A \triangle (B \triangle C) .$$

3. Beweisen Sie die folgende Identität:

$$A \cap (B \triangle C) = (A \cap B) \triangle (A \cap C) .$$

4. Gegeben seien drei Mengen A, B, C, definieren wir eine Menge D wie folgt:

$$D = \{x : x \text{ gehört zu genau einer Menge von } A, B, C\} .$$

Wie lässt sich die Menge D aus den Mengen A, B, C mit Hilfe von den Operationen $\cup, \cap, \setminus$ ergeben?

5. Für je zwei Mengen A, B mit $B \subset A$ definieren wir die folgende Operation

$$A - B := A \setminus B,$$

die *monotone Differenz* heißt (ist B keine Teilmenge von A, so ist $A - B$ nicht definiert, obwohl $A \setminus B$ doch sinnvoll ist).

Sei X eine Grundmenge. Zeigen Sie, wie die Vereinigung $A \cup B$ zweier Teilmengen $A, B \subset X$ sich aus der Mengen A, B, X durch die Operationen '$\cap$' und '$-$' ergibt.