Blatt 1 - Abgabe bis 18.10.2024

Zusätzliche Aufgaben sind mit * markiert

6. Beweisen Sie die folgenden Identitäten für Teilmengen A, B einer Grundmenge X :

(a) $A \setminus B = A \cap B^c$

(b) $(A \setminus B)^c = A^c \cup B$

(c) $A \cup (A^c \cap B) = A \cup B$

7. Seien A, B Teilmengen einer Grundmenge X .(a) Beweisen Sie, dass alle Mengen $A \cap B^c$, $A^c \cap B$, $A \cap B$, $A^c \cap B^c$ disjunkt sind.

(b) Beweisen Sie die Identität

$$(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) \cup (A \cap B) \cup (A^c \cap B^c) = X. \quad (2)$$

8. Mit Hilfe von den Distributivgesetzen beweisen Sie die folgenden Identitäten für Teilmengen A, B, C einer Grundmenge.

(a) $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = A$

(b) $A \cap (A \cup C) \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

9. * Beweisen Sie die folgenden Identitäten für Teilmengen A, B, C einer Grundmenge X :

(a) $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$

(b) $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$

(c) $C \setminus (A \cup B) = (C \setminus A) \cap (C \setminus B)$

Hinweis. Benutzen Sie die Identität $A \setminus B = A \cap B^c$ .10. Definieren wir die *symmetrische Differenz* $A \triangle B$ zweier Mengen A, B wie folgt:

$$A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

Beweisen Sie die folgenden Eigenschaften der symmetrischen Differenz:

(a) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$

(b) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$