Blatt 0 - Keine Abgabe

Zur Verwendung in Tutorien

In allen Aufgaben können Sie die Ableitungstabelle verwenden

1. Eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ heißt *gerade* falls $f(-x) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$, und *ungerade* falls $f(-x) = -f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Sei f differenzierbar auf $\mathbb{R}$.
   Beweisen Sie: ist f ungerade, so ist f' gerade; ist f gerade, so ist f' ungerade.

2. Leiten Sie die folgenden Funktionen mit Hilfe der Rechenregeln ab:

   (i) $x^3\sqrt[3]{x^2}+x^7\sqrt[3]{x}$ (ii) $\dfrac{\sin x}{x}$ (iii) $(\ln x + 1)\tan x$ (iv) $\dfrac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ (v) $\left(2 - x^2\right)\cos x + 2x\sin x$

3. Leiten Sie die folgenden Funktionen mit Hilfe der Kettenregel ab:

   (i) $\ln\ln x$ (ii) $\sqrt{1+x^2}$ (iii) $\ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$ (iv) $\sqrt{2x^2 + \sqrt{x^2+1}}$

4. Leiten Sie die folgenden Funktionen mit Hilfe der Kettenregel ab:

   (i) $\sin\dfrac{1}{x}$ (ii) $\exp(\sin x)$ (iii) $\ln\dfrac{1+x}{1-x}$ (iv) $\ln\sqrt[3]{\dfrac{e^x}{1+\cos x^2}}$

5. Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen mit Hilfe der logarithmischen Ableitung:

   (i) $(\ln x)^{\exp(x)}$ (ii) $\exp(\exp(x))$ (iii) $(\tan x)^{\cos x}$ (iv) x^{x^2} (v) $\left(\dfrac{a^x+b^x}{2}\right)^{1/x}$ $(a, b > 0)$.

   Hinweis. Verwenden Sie die Identität

   $$f'(x) = f(x)\left(\ln f(x)\right)'.$$

6. Bestimmen Sie die maximalen Definitionsbereiche der folgenden Funktionen und leiten sie ab:

   (i) $\ln|x|$ (ii) $\ln\left|\dfrac{1+x}{1-x}\right|$ (iii) $\ln\left|x + \sqrt{x^2-1}\right|$