Blatt 4 - Abgabe bis 14.05.2021

Zusätzliche Aufgaben sind mit * markiert

33. Mit Hilfe von partieller Integration bestimmen Sie die folgenden Integrale:

$$\text{(i)} \int x\cos x\,dx \qquad \text{(ii)} \int \frac{x\,dx}{\cosh^2 x} \qquad \text{(iii)} \int \ln^2 x\,dx \qquad \text{(iv)} \int e^x \sin x\,dx$$

34. Bestimmen Sie die folgenden Integrale:

$$\text{(i)} \int \frac{dx}{\cos x} \qquad \text{(ii)} \int \frac{\sin^2 x}{\cos x}dx \qquad \text{(iii)} \int \cos x \ln \sin x\,dx \qquad \text{(iv)} \int \frac{\cos^3 x}{\sin^7 x}dx$$

35. Bestimmen Sie die folgenden Integrale (wobei $a > 0$):

$$\text{(i)} \int \frac{x\,dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} \qquad \text{(ii)} \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - x^2}} \qquad \text{(iii)} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} \qquad \text{(iv)} \int \sqrt{x\,(2 - x)}dx.$$

36. * Bestimmen Sie die folgenden Integrale:

$$\text{(i)} \int \frac{x^7 dx}{\sqrt{1 - x^{16}}} \qquad \text{(ii)} \int \sqrt{\frac{x-1}{2-x}}dx \qquad \text{(iii)} \int \sqrt{\tan x}\,(\cos x)^{3/2}\,dx \qquad \text{(iv)} \int \frac{dx}{\cos^3 x}$$

Der Definitionsbereich des Integrands ist in (ii) das Intervall $(1, 2)$ und in (iv) – das Intervall $(-\pi/2, \pi/2)$.

Hinweis. Verwenden Sie in (ii) die inverse Substitution $x = \frac{2 + y^2}{y^2 + 1}$, $y > 0$, und in (iv) die inverse Substitution $x = \arctan y$, $y \in \mathbb{R}$.

37. Bestimmen Sie die folgenden Integrale von rationalen Funktionen:

$$\text{(i)} \int \frac{x^5 + x^3 + 1}{x^4 + x^2}dx \qquad \text{(ii)} \int \frac{x\,dx}{x^2 - 2x + 2} \qquad \text{(iii)} \int \frac{(x-1)\,dx}{x^2 + 3x + 2}$$

38. * Bestimmen Sie die folgenden Integrale (wobei $a > 0$):

$$\text{(i)} \int \frac{x^2 dx}{x^2 + a^2} \qquad \text{(ii)} \int \frac{dx}{x^4 - a^4} \qquad \text{(iii)} \int \frac{x\,dx}{x^4 + 4}.$$

39. * Bestimmen Sie die folgenden Integrale von rationalen Funktionen:

$$\text{(i)} \int \frac{1 + x}{(1 + x^2)^2}dx \qquad \text{(ii)} \int \frac{dx}{(x-1)^2\,(x+1)} \qquad \text{(iii)} \int \frac{x^4 dx}{x^3 + 1}$$

40. * Bestimmen Sie die folgenden Integrale von rationalen Funktionen:

$$\text{(i)} \int \frac{(x^2 + 1)\,dx}{(x+1)\,(x+2)\,(x-3)} \qquad \text{(ii)} \int \frac{x^3 + x + 1}{x^4 - 1}dx \qquad \text{(iii)} \int \frac{(x+2)\,dx}{x^3 - 5x^2 + 4x}$$