Einführung in die Differentialgeometrie

Wintersemester 2007/08
Dr. A. Haydys

3. Übungsblatt

Aufgabe 1.

(i) *Laut Newtonschen Gravitationsgesetz, ist die Bahn eines Planeten eine Raumkurve $\bar{r} = \bar{r}(t)$, die die folgende Gleichung*

$$\bar{r}'' = -k\,\frac{\bar{r}}{||\bar{r}||^3}, \qquad k = const$$

erfüllt. Zeige: Planetenbahnen sind ebene Kurven.

(ii) *Die Bahn $\bar{r} = \bar{r}(t)$ eines elektrisch geladenen Teilchen im magnetischen Feld $\bar{H}$ ist eine Raumkurve mit der Eigenschaft*

$$\bar{r}'' = c\,\left[\bar{r}', \bar{H}\right], \qquad c = const.$$

Zeige: Wenn $\bar{H} \neq 0$ ein konstanter Vektor ist, dann ist die Bahn eine von folgenden Kurven:

- *Gerade*
- *Kreis*
- *Schraubenlinie ($(a\cos t, a\sin t, b\,t)$ bis auf Koordinatensystemauswahl).*

Aufgabe 2.
Sei $f\colon I \to \mathbb{R}^3$ eine Kurve mit Einheitsgeschwindigkeit, die ganz auf $S^2 = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid ||x|| = 1\}$ verläuft. Man beweise, dass die Krümmung von f nirgends kleiner als 1 ist und berechne die Torsion τ mittels der Krümmung $\varkappa$.

Aufgabe 3.

(i) *Berechne das Kauffman-Polynom des orientierten Achterknoten.*

(ii) *Zeige, dass der Kleeblattknoten zu seinem Spiegelbild nicht isotop ist.*

Aufgabe 4.

(i) *Zeige, dass das Klammer-Polynom invariant bezüglich Reidemeister-Bewegung II ist.*

(ii) *Mit Hilfe von (i) zeige, dass das Klammer-Polynom invariant bezüglich Reidemeister-Bewegung III ist.*

(iii) *Zeige, dass $w(\cdot)$ invariant bezüglich Reidemeister-Bewegungen II und III ist.*

(iv) *Beweise, dass das Kauffman-Polynom invariant bezüglich Reidemeister Bewegungen ist.*