

# Zusatzaufgaben zur Linearen Algebra I

Wintersemester 2006/07

Dr. A. Haydys

24. Oktober 2006

**Aufgabe 1.** Seien  $f, g \in S_4$  durch

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

gegeben, d.h.  $f(1) = 4$ ,  $f(2) = 1$  usw. Bestimme  $f \cdot g$ .

**Aufgabe 2.\*** Bestimme  $f^{100}$ , wobei  $f \in S_7$  durch die Matrix  $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 4 & 1 & 7 & 2 & 5 \end{pmatrix}$  gegeben ist.

**Aufgabe 3.** Bestimme  $x \in S_7$  aus der Gleichung  $f \cdot x \cdot g = h$ , wobei

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 3 & 2 & 1 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 2 & 7 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix},$$
$$h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 3 & 6 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 4.** Entscheide, ob die folgenden Mengen Ringe sind:

- (i) gerade Zahlen;
- (ii)  $n\mathbb{Z} = \{nz \mid z \in \mathbb{Z}\}$ ,  $n$  ist fest;
- (iii)  $\{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ ;
- (iv)  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ , wobei die Ringoperationen wie folgt definiert sind:  $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2)$ ,  $(a_1, b_1) \cdot (a_2, b_2) = (a_1 a_2, b_1 b_2)$ . Finde  $A, B \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \setminus (0, 0)$  so dass  $A \cdot B = 0$  gilt.

**Aufgabe 5.** Man definiert eine Relation " $\leq$ " auf  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  wie folgt:

$$(a_1, b_1) \leq (a_2, b_2) \Leftrightarrow a_1 \leq a_2 \text{ und } b_1 \leq b_2.$$

Ist die so definierte Relation eine lineare Ordnung?

**Aufgabe 6.** *Sokrates ist ein Grieche. Aus welchen dieser Aussagen folgt, dass Sokrates Philosoph ist?*

- (i) Alle Griechen sind Philosophen.*
- (ii) Sokrates ist kein Spartaner, und Spartaner sind keine Philosophen.*
- (iii) Wenn ein Mensch ein Philosoph ist, dann ist er Grieche.*
- (iv) Sokrates ist ein Pithagoräer. Wenn ein Grieche kein Philosoph ist, dann ist er kein Pithagoräer.*