SEMINARPROGRAMM ZUR FUNKTIONENTHEORIE

Der Satz von Iss'sa.

(i) Datum: 12.05.
(ii) Referenz: Remmert & Schumacher, Funktionentheorie II, Kapitel 5

Formulieren und beweisen Sie den Satz von Bers 5.2 und formulieren Sie dann den Satz von Iss'sa 5.1.2. Erinnern Sie an den Anschmiegesatz aus der Vorlesung und an die Konsequenz, dass der Körper der meromorphen Funktionen der Quotientenkörper des Ringes der holomorphen Funktionen ist (das reduziert 5.1.2 auf 5.3). Widmen Sie sich nun Lemma 5.3: Führen Sie den Begriff der Bewertung ein und beweisen Sie das Lemma wie in Kapitel 5.1.3.

Erwähnen Sie dann 5.7 (ruhig ohne Beweis) und schließen Sie mit einigen Eigenschaften von Ringen holomorpher Funktionen ab: Diese Ringe sind nie faktoriell oder noethersch, haben aber immer größte gemeinsame Teiler (Abschnitt 4.2.1) und jedes endlich erzeugte Ideal ist ein Hauptideal (6.15). Skizzieren Sie die Beweise, soweit es die Zeit erlaubt.

Starre Gebiete.

(i) Datum: 19.05.
(ii) Referenz: Remmert & Schumacher, Funktionentheorie I, Kapitel 10 und Funktionentheorie II, Kapitel 9

Erinnern Sie an das Schwarz'sche Lemma und die Klassifikation der Automorphismen von D(1) aus der Vorlesung. Beweisen Sie dann I.10.2.1 und folgern sie die Klassifikation der Automorphismen von $\mathbb{C}$ (das hatten wir in der Vorlesung auch schon behandelt), $\mathbb{C} \setminus \{x\}$ und $\mathbb{C} \setminus \{x, y\}$. Beweisen Sie dann I.10.2.4 und folgern sie die Automorphismengruppe von $\mathrm{D}(1) \setminus \{x\}, \mathrm{D}(1) \setminus \{x, y\}$ und den Starrheitssatz in Korollar I.10.2.1 für $\mathrm{D}(1) \setminus \{x, y, z\}$.

Erklären Sie final noch die Klassifikation von Kreisringen und ihrer Automorphismen in II.9.22 und II.9.25. Dazu müssen die einfachen Hilfssätze II.9.19, II.9.21 und II.9.23 besprochen werden (man ersetze in diesen Sätzen überall "holomorph und endlich" durch "biholomorph").

Der Riemann'sche Abbildungssatz.

(i) Datum: 26.05.
(ii) Referenz: Remmert & Schumacher, Funktionentheorie II, Kapitel 7 und 8

Formulieren Sie den Abbildungssatz in der Form 8.17 und erledigen Sie die Eindeutigkeitsaussage mittels des Schwarz'schen Lemmas aus der Vorlesung. Formulieren Sie 8.18 und erinnern Sie, daran dass wir alle Implikationen außer vi) $\Rightarrow$ vii) ebenfalls schon in der Vorlesung gesehen hatten.

Charakterisieren Sie dann die biholomorphen Abbildung wie oben auf Seite 178, führen Sie die Familie $\mathcal{F}$ ein und beweisen Sie 8.15. Formulieren Sie nun die Sätze von Montel 7.1 und Hurwitz 7.18. Beenden Sie mithilfe dieser Sätze den Beweis des Abbildungssatzes wie unten auf Seite 177. Beweisen Sie zum Schluss den Satz von Montel (den Satz von Hurwitz hatten wir in der Vorlesung aus dem Argumentprinzip schon hergeleitet; wenn Zeit ist, erinnern Sie an daran).

Der kleine Satz von Picard.

(i) Datum: 02.06.
(ii) Referenz: Remmert & Schumacher, Funktionentheorie II, Kapitel 10

Formulieren Sie den Satz von Bloch in der Form "Es existiert ein $L > 0$, sodass für alle $f\colon U \to \mathbb{C}$ holomorph mit $\overline{\mathrm{D}(1)} \subseteq U$ und $f'(0) = 1 \ldots$") und beweisen Sie ihn in der Form von 10.5 (also gemäß der Diskussion in Abschnitt 10.1.3). Leiten Sie dann die Klassifikation von Funktionen, die zwei Werte auslassen in 10.11 her und folgern Sie den kleinen Satz von Picard 10.9 wie in 10.2.2.

Der große Satz von Picard.

(i) Datum: 09.06.
(ii) Referenz: Remmert, Funktionentheorie II, Kapitel 10

Formulieren und beweisen Sie den Satz von Schottky 10.14. Formulieren Sie dann Satz 10.17 direkt (als "Jede Folge von Funktionen $f\colon U \to \mathbb{C} \setminus \{0,1\}$ besitzt entweder eine lokal gleichmäßig konvergente Teilfolge oder eine deren Beträge lokal gleichmäßig gegen ∞ streben"), beweisen sie ihn und folgern sie den großen Satz von Picard 10.19.

Der Runge'sche Approximationssatz.

(i) Datum: 16.06.
(ii) Referenz: Remmert & Schumacher, Funktionentheorie II, Kapitel 12 und 13

Ziel ist der Approximationssatz 13.2, den sie am besten zuerst formulieren. Er basiert auf der etwas schwächeren Version für Kompakta 12.2.1. Skizzieren Sie hierfür 12.4 (am besten direkt in der Form von 12.15) und beweisen Sie dann 12.5-12.7, und schließlich 12.8. Springen Sie dann zu 13.1.1 und leiten Sie 13.2 daraus her. Formulieren Sie zum Schluss den Satz von Behnke-Stein (Seite 294), und gehen Sie soweit auf seinen Beweis ein, wie es die Zeit erlaubt.

Elliptische Kurven I.

(i) Datum: 30.06.
(ii) Referenz:

Elliptische Kurven II.

(i) Datum: 07.07.
(ii) Referenz:

Elliptische Kurven III.

(i) Datum: 14.07.
(ii) Referenz:

Elliptische Kurven VI.

(i) Datum: 21.07.
(ii) Referenz: