# Funktionentheorie: Übung 12

1. Zeigen Sie, dass
$$\mathrm{Res}_{\{-n\}}\Gamma(z) = \frac{(-1)^n}{n!},$$
für alle $n \in \mathbb{N}$.

2. Die Zahl $n!!$ für $n \in \mathbb{N}$ wird durch die Regel
$$n!! = \begin{cases} n \cdot (n-2) \cdots 5 \cdot 3 \cdot 1, & \text{für } n \text{ ungerade,} \\ n \cdot (n-2) \cdots 6 \cdot 4 \cdot 2, & \text{für } n \text{ gerade,} \end{cases}$$
und $n!! = 1$, für $n = 0, -1$. Zu zeigen
$$\Gamma(n/2) = \frac{(n-2)!!\sqrt{\pi}}{2^{(n-1)/2}}.$$

3. Sei $P : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die Funktion $P(x) = t - [t] - 1/2$, wobei $[t]$ jeweils die grösste ganze Zahl ist, die kleiner oder gleich $t$ ist. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ irgendeine stetig differenzierbare Funktion. Zu zeigen, für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt
$$\sum_{k=0}^{n} f(k) = \int_0^n f(t)dt + \frac{1}{2}(f(n) + f(0)) + \int_0^n P(t)f'(t)dt.$$