

Elementare Zahlentheorie (Version 1): Übung 10

Gegeben $n \in \mathbb{N}$, die Zahl $\phi(n)$ wird als die Anzahl der Zahlen $a \in \{1, \dots, n\}$ mit $\text{ggT}(a, n) = 1$ definiert.

1. Was sind

(a) $\phi(2)$, $\phi(4)$, $\phi(8)$, $\phi(16)$, $\phi(32)$?

(b) $\phi(2^n)$, für verschiedene $n \in \mathbb{N}$?

2. Es ist klar, daß $\phi(p) = p - 1$, falls p eine Primzahl ist. (Jede Zahl zwischen 1 und $p - 1$ ist zu p relativ prim.) Wie ist es für eine Zahl von der Art $n = pq$, wobei p und q verschiedene Primzahlen sind? Z.B. was ist

(a) $\phi(6)$, $\phi(10)$, $\phi(15)$?

(b) Was ist $\phi(pq)$ im Allgemeinen, wobei $p \neq q$ Primzahlen sind?

3. Können Sie ein x mit $0 \leq x < 385$ ($= 5 \times 7 \times 11$) finden, wobei

$$x \equiv 4 \pmod{5}$$

$$x \equiv 6 \pmod{7}$$

$$x \equiv 10 \pmod{11} ?$$