

Elementare Zahlentheorie (Version 1): Übung 8

1. Sei M die Menge aller Schulkinder in Deutschland. Welche von den folgenden Relationen sind Äquivalenzrelationen? (Die Buchstaben “ a ” und “ b ” bezeichnen jeweils ein Schulkind.)
 - (a) $a \sim b$ genau dann, wenn beide gleich alt sind (gemessen am jeweils letzten Geburtstag).
 - (b) $a \sim b$ genau dann, wenn die jeweiligen Geburtstage weniger als 365 Tage auseinander liegen.
 - (c) $a \sim b$ genau dann, wenn beide Mädchen sind.
 - (d) $a \sim b$ genau dann, wenn sie Freunde (bzw. Freundinnen) sind.
 - (e) $a \sim b$ genau dann, wenn sie zur selben Schule gehen.
2. Wie kann der folgende Kartentrick realisiert werden?

Auf sieben Karten werden verschiedene Zahlen zwischen 1 und 100 geschrieben. Sie dürfen höchstens 50 Zahlen auf eine Karte schreiben. Ihr Partner denkt sich nun eine Zahl zwischen 1 und 100 aus. Sie zeigen ihm die Karten, eine nach der anderen, und er sagt, ob die Zahl jeweils auf dieser Karte steht. Am Ende wissen Sie genau, um welche Zahl es sich handelt!

Hinweis: Wenn man die Zahlen zur Basis 2 schreibt, dann sieht es so aus:

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \\ 2 &= 10 \\ 3 &= 11 \\ 4 &= 100 \\ 5 &= 101 \\ &\vdots \end{aligned}$$