

## Elementare Zahlentheorie (Version 1): Übung 9

1. Welche von den folgenden Gleichungen sind lösbar?

(a)  $3x \equiv 2 \pmod{6}$ ,

(b)  $x^2 \equiv 4 \pmod{6}$

(c)  $3x \equiv 2 \pmod{7}$

(d)  $x^2 \equiv 3 \pmod{7}$

2. Angenommen,  $a \in \mathbb{N}$  und sei  $a$  *nicht* durch 7 teilbar. Können Sie dann zeigen, daß die Gleichung

$$ax \equiv b \pmod{7}$$

immer lösbar ist, egal was  $b$  ist?

3. Seien  $a$  und  $b$  ganze Zahlen, die beide größer als 1 sind, und sei  $n = a \cdot b$ . Also ist  $n$  mit Sicherheit *keine* Primzahl. Zeigen Sie, daß eine Zahl  $c \in \mathbb{N}$  existiert, wobei

(a)  $c$  nicht durch  $n$  teilbar ist, und

(b) die Gleichung  $cx \equiv 1 \pmod{n}$  hat keine Lösung.