

## Elementare Zahlentheorie (Version 2): Übung 1

1. Sei  $a^n - 1$  eine Primzahl. Z.B.  $2^5 - 1 = 31$ . Dann heißt  $a^n - 1$  eine Mersenne Primzahl. Zeigen Sie, daß dann  $a = 2$  und  $n$  selbst eine Primzahl sein muß.
2. Der ‘Goldener Schnitt’ ist die Zahl  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ . Es ist zu zeigen:

$$\frac{\sqrt{5} + 1}{2} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

3. Offensichtlich ist die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} 10^{-n!}$  konvergent. Sei

$$\xi = \sum_{n=1}^{\infty} 10^{-n!}.$$

Zeigen Sie, daß für jedes  $m \in \mathbb{N}$  beliebig große Zahlen  $x, y \in \mathbb{N}$  existieren mit

$$\left| \xi - \frac{x}{y} \right| < \frac{1}{y^m}.$$