

Elementare Zahlentheorie (Version 2): Übung 11

1. Wie konstruiert man ein Pentagon?
2. Angenommen, wir können sowohl reguläre m -, als auch n -Ecke konstruieren. Können wir dann auch ein reguläres mn -Eck konstruieren?
3. Wir haben in der Vorlesung gesehen, daß

$$\mathbb{Q}(\sqrt{m}) = \{a + b\sqrt{m} : a, b \in \mathbb{Q}\}$$

der kleinste Körper in \mathbb{Q} ist, der die Zahl \sqrt{m} enthält (wobei $\sqrt{m} \notin \mathbb{Q}$). $\mathbb{Q}(\sqrt{m})$ ist also ein Vektorraum über \mathbb{Q} mit Basis $\{1, \sqrt{m}\}$.

Allgemeiner, sei $K \subset \mathbb{R}$ ein Teilkörper der reellen Zahlen, und sei $m \in K$ mit $\sqrt{m} \notin K$. Sei $K(\sqrt{m})$ der entsprechende Erweiterungskörper (der kleinste Teilkörper von \mathbb{R} , der sowohl K als auch \sqrt{m} enthält). Zeigen Sie, daß $K(\sqrt{m})$ ein Vektorraum der Dimension 2 über K ist.