ALGEBRA II
3. ÜBUNGSBLATT

HENNING KRAUSE
JAN GEUENICH

Aufgabe 1. (4 Punkte)

Zeige: Der Körper $\mathbb{Q}(X)$ der rationalen Funktionen läßt sich auf überabzählbar viele Weisen anordnen.

Aufgabe 2. (3+1 Punkte)

Zeige: Sei L/K eine endliche Erweiterung geordneter Körper, so dass K die von L induzierte Anordnung besitzt. Ist K archimedisch, so auch L.

Gilt die Aussage auch für unendliche Erweiterungen?

Aufgabe 3. (4 Punkte)

Sei K ein archimedisch angeordneter Körper. Zeige, dass jedes Element Limes einer Cauchyfolge im Primkörper ist. Folgere, dass es eine ordnungserhaltende Einbettung $K \to \mathbb{R}$ gibt.

Hinweis: Formuliere zunächst die richtige Definition des 'Limes einer Cauchyfolge'.

Aufgabe 4. (4 Punkte)

Bezeichne mit G_p die Galoisgruppe von $\overline{\mathbb{F}_p}$ über $\mathbb{F}_p$. Zeige, dass $G_p \cong G_q$ für jedes Paar von Primzahlen p, q gilt.

Hinweis: Finde eine Beschreibung von G_p als 'inverser Limes' der Gruppen $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, entsprechend der Beschreibung von $\overline{\mathbb{F}_p}$ als 'direkter Limes' der endlichen Körper mit p^n Elementen.

Abgabe: Donnerstag, 3. Mai 2018, bis 14 Uhr in das Postfach von Jan Geuenich im Raum V3-126.