

Übungen zur Analysis I

Blatt 2 - Abgabe bis 29.4.05

5. Beweisen Sie durch vollständige Induktion für alle $n \in \mathbb{N}$ und $x > -1$, dass

$$(1 + x)^{-n} \geq 1 - nx.$$

(Bernoullische Ungleichung für negative Exponenten.)

6. Beweisen Sie folgende Aussagen über Abbildungen $X \xrightarrow{f} Y \xrightarrow{g} Z$.
- (a) Ist $g \circ f$ injektiv, so ist f injektiv.
 - (b) Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist g surjektiv.
 - (c) Ist f injektiv und X nichtleer, so gibt es eine Abbildung $h : Y \rightarrow X$ derart, dass $h \circ f = \text{id}_X$.
 - (d) Ist f surjektiv, so gibt es eine Abbildung $h : Y \rightarrow X$ derart, dass $f \circ h = \text{id}_Y$.
7. Finden Sie Maximum, Minimum, Supremum und Infimum (soweit sie existieren) von folgenden Mengen:

$$M_1 = \{x \mid x = \frac{n^2-n}{n^2+1} \text{ mit } n \in \mathbb{N}\}$$

$$M_2 = \{x \mid x = (-\frac{1}{2})^m - \frac{3}{n} \text{ mit } m, n \in \mathbb{N}, n \neq 0\}$$

$$M_3 = \{x \mid (x-a)(x-b)(x-c) < 0\}$$

Begründen Sie Ihre Antwort.

(Für M_3 hängt die Antwort von den gegebenen Zahlen a , b und c ab.)

8. Beweisen Sie, dass zwischen zwei verschiedenen reellen Zahlen immer mindestens eine rationale Zahl und mindestens eine irrationale Zahl liegt.