

Übungen zur Analysis I

Blatt 3 - Abgabe bis 6.5.05

9. Beweisen Sie mit Hilfe der Ungleichung zwischen dem arithmetischen und dem geometrischen Mittel, dass für $b > 0$ und ganze Zahlen $k \leq l \leq m$ gilt:

$$(m - k)b^l \leq (m - l)b^k + (l - k)b^m.$$

10. Leiten Sie die Logarithmengesetze

$$\log_a(pq) = \log_a p + \log_a q, \quad \log_a(p^x) = x \log_a p, \quad \log_b p = \frac{\log_a p}{\log_a b}$$

für reelle Zahlen aus den Potenzgesetzen her. Hier sind a, b, p und q positiv, $a \neq 1$ und $b \neq 1$.

11. Beschreiben Sie die Lösungsmengen der folgenden Ungleichungen als Intervalle:

(a) $|x - \sqrt{3}| < 571x - 989$

(b) $2|x + 1| + |3x - 2| \leq 10$

(Näherungswerte für die Intervallgrenzen sind nicht ausreichend.)

12. Beweisen Sie folgende Gleichmächtigkeiten für Mengen X, Y und Z .

(a) $(Y \times Z)^X \sim Y^X \times Z^X$,

(b) $Z^{X \cup Y} \sim Z^X \times Z^Y$, falls X und Y disjunkt sind,

(c) $Z^{X \times Y} \sim (Z^Y)^X$.