Universität Bielefeld
Prof. W. Hoffmann SS 2005

# Übungen zur Analysis I

**Blatt 4 - Abgabe bis 13.5.05**

13. Es sei $x_n$ eine Folge, die nur endlich viele Werte annimmt, d.h. es gibt eine endliche Menge $M \subset \mathbb{R}$ so dass $x_n \in M$ für alle $n$. Zeigen Sie, dass diese Folge nur dann konvergent sein kann, wenn sie von einem gewissen Index $n_0$ an konstant ist.

14. Bestimmen Sie die Grenzwerte dieser Folgen:

$$a_n = \frac{n^2+2}{n-1} - \frac{n^2+3}{n+1} \qquad b_n = \frac{3^{n+1}+5n^4}{3^{n-1}+4n^5}$$
$$c_n = \sqrt{n^2+n-1} - \sqrt{n^2-n+1} \qquad d_n = \sqrt[n]{7^n+3n}$$

15. Stellen Sie fest, für welche Werte $s \in \mathbb{R}$ die Folge

$$x_n = \frac{n^s+n}{\sqrt{n^2-1}}$$

konvergent ist und bestimmen Sie im Falle der Konvergenz den Grenzwert. Begründen Sie Ihre Antwort.

16. Gegeben seien zwei Folgen ganzer Zahlen $p_n$ und $q_n$ derart, dass

$$\lim_{n\to\infty} \frac{p_n}{q_n} = a \neq 0.$$

Beweisen Sie folgende Aussagen.

(a) Ist eine der beiden Folgen $p_n$ bzw. $q_n$ beschränkt, so ist es auch die andere.

(b) Ist $a$ irrational, so sind die Folgen $p_n$ und $q_n$ beide unbeschränkt. (Hinweis: Indirekter Beweis unter Verwendung von Aufgabe 13.)