

## Übungen zu Analysis I

### Blatt 6 - Abgabe bis 19.5.2011

26. Bestimmen Sie die Grenzwerte dieser Folgen:

$$a_n = \frac{\sqrt[n]{1^n + 2^n + \dots + n^n}}{n}, \quad b_n = \left( \frac{2n-1}{2n+1} \right)^n, \quad c_n = \frac{n^2}{\exp \sqrt{n}}.$$

27. Beweisen Sie, dass für beschränkte Folgen reeller Zahlen  $x_n$  und  $y_n$  gilt

$$\underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n + \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} y_n \leq \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} (x_n + y_n) \leq \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n + \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} y_n.$$

28. Finden Sie alle komplexen Lösungen der folgenden Gleichungen:

(a)  $z^2 = 3 - 4i$

(b)  $|z| - z = 1 + 2i$

29. Stellen Sie fest, ob diese Folgen komplexer Zahlen konvergent sind, und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert:

$$z_n = \frac{3ni^{n^2} + 2}{2ni^{n^2} + 3}, \quad w_n = \frac{((2+i)^n + in)((2-i)^n + in)}{5^n + n^2}.$$

30.\* Zeigen Sie, dass die komplexen Zahlen  $z_1, z_2, z_3$  genau dann die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks bilden, wenn

$$z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = z_1z_2 + z_1z_3 + z_2z_3.$$