Universität Bielefeld 19.7.2011
Prof. W. Hoffmann

Klausur Analysis I

1. Definieren Sie die Begriffe obere Schranke, obere Grenze und Häufungspunkt einer Menge von reellen Zahlen. Beweisen Sie, dass für eine Menge ohne größtes Element die obere Grenze, falls sie existiert, ein Häufungspunkt ist.

2. Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz und absolute Konvergenz:

   (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n^3+1} - \sqrt{n^3-1}\,\right)$, (b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp\left(-\sqrt{n}\,\right)$.

3. Bestimmen Sie die Konvergenzradien folgender Potenzreihen:

   (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \binom{2n}{n} z^n$, (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \sinh(n) z^n$.

4. Bestimmen Sie folgende Grenzwerte:

   (a) $\lim_{x\to 0} \frac{\cos x + \cosh x - 2}{x^4}$, (b) $\lim_{x\to 0} \frac{\log_3(x+1)}{3^x - 1}$.

5. Wir definieren eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch

   $$f(x) = \sqrt{|x^3|}.$$

   Ist diese Funktion differenzierbar? Ist sie stetig differenzierbar? Ist sie zwei Mal differenzierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Arbeitszeit: 10.15-12.00 Uhr