

## Präsenzübungen zu Analysis I

### Blatt 11 - Woche vom 20.-24.6.2011

41. Für eine positive Zahl  $a \neq 1$  definieren wir den Logarithmus einer positiven Zahl  $p$  zur Basis  $a$ , abgekürzt  $\log_a p$ , als diejenige Zahl  $x$ , für die  $a^x = p$  gilt. Leiten Sie die Logarithmengesetze

$$\log_a(pq) = \log_a p + \log_a q, \quad \log_a(p^s) = s \log_a p, \quad \log_b p = \frac{\log_a p}{\log_a b}$$

aus den Potenzgesetzen her.

42. Berechnen Sie folgende eigentliche oder uneigentliche Grenzwerte.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} x^x, \quad \lim_{x \rightarrow \pm 0} \exp \frac{1}{x}.$$

43. Für  $x > 1$  seien  $f_0(x)$  bis  $f_9(x)$  der Reihe nach definiert als

$$1, \quad \ln \ln x, \quad \ln x, \quad e^{\sqrt{\ln x}}, \quad \sqrt{x}, \quad x, \quad e^x, \quad x^x, \quad e^{e^x}, \quad x^{x^x}.$$

Zeigen Sie, dass für  $i < j$  gilt

$$\frac{f_i(x)}{f_j(x)} \rightarrow 0 \quad (x \rightarrow \infty).$$

44. Zeigen Sie, dass

$$\tan' x = 1 + \tan^2 x, \quad \arctan' y = \frac{1}{1+y^2}.$$