

## Präsenzübungen zu Analysis I

### Blatt 2 - Woche vom 18.-22.4.2011

5. Zeigen Sie, dass es in einem Körper das Nullelement, das Einselement und, für zwei gegebene Elemente, ihre Differenz und ihr Quotient (falls er existiert) eindeutig bestimmt sind.
6. Es sei  $I$  ein Intervall in einem angeordneten Körper, das ein kleinstes Element  $a$  und ein größtes Element  $b$  besitzt. Zeigen Sie, dass dann

$$I = \{x \in K \mid a \leq x \leq b\}.$$

Zeigen Sie, dass auch  $I \setminus \{a\}$  ein Intervall ist.

7. Es sei  $T$  die Menge der Wochentage,  $Z$  die Menge der Zeitfenster am Tag und  $U$  die Menge der Unterrichtsfächer (wobei auch „Freistunde“ als Unterrichtsfach gilt). Erläutern Sie, warum ein Stundenplan eine Abbildung  $Z \times T \rightarrow U$  angibt. Erläutern Sie auch, warum dadurch jedem Element von  $T$  eine Abbildung  $Z \rightarrow U$  zugeordnet wird. Was hat das mit dem Potenzgesetz

$$U^{Z \times T} \sim (U^Z)^T$$

zu tun?

8. Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen  $n$  gilt

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

und dass für alle natürlichen Zahlen  $n \geq 2$  gilt

$$\frac{2^2}{2^2-1} \cdot \frac{3^2}{3^2-1} \cdots \frac{n^2}{n^2-1} = \frac{2n}{n+1}.$$