Universität Bielefeld
Prof. W. Hoffmann SS 2011

Präsenzübungen zu Analysis I

Blatt 3 - Woche vom 26.-29.4.2011

9. Es sei K ein angeordneter Körper und $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass die durch $f(x) = x^n$ definierte Funktion auf K_+ streng monoton wachsend ist.

10. Es sei K ein angeordneter Körper. Zeigen Sie, dass durch

$$|x| = \begin{cases} x & \text{wenn } x \geq 0, \\ -x & \text{wenn } x < 0 \end{cases}$$

ein Absolutbetrag definiert wird. Zeigen Sie, dass dieser im Fall $K = \mathbb{Q}$ archimedisch ist. Beweisen Sie, dass

$$|x| \leq y \ \Leftrightarrow \ -y \leq x \leq y.$$

11. Zeigen Sie, dass auf einem beliebigen Körper K durch

$$|x|_0 = \begin{cases} 0, & \text{wenn } x = 0, \\ 1, & \text{wenn } x \neq 0 \end{cases}$$

ein Absolutbetrag definiert wird. Ist er archimedisch? Welche Folgen sind bezüglich dieses Absolutbetrags konvergent?

12. Die Folgen der Zahlen x_n und y_n mögen beide gegen den selben Grenzwert a konvergieren. Zeigen Sie, dass auch die durch

$$z_{2k} = x_k, \qquad z_{2k+1} = y_k$$

definierte Folge von Zahlen z_n gegen a konvergiert.